Conjuntos numéricos - Entrega 4

Sucesiones

APELLIDOS:	
NOMBRE:	

Ejercicio 1. Encuentra y representa sobre la recta real los 5 primeros términos de las sucesiones siguientes.

i) $a_n = (-1)^n \dfrac{3}{2^n}$

ii) $b_n = (-1)^n \dfrac{n-1}{n}$

iii) $c_n = \begin{cases} n & \text{si } n \text{ es impar} \\ 3/n & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}$

Ejercicio 2. Encuentra una expresión que genere las siguientes listas de números.

i) $\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{4}, \dfrac{3}{5}, \dfrac{4}{6}, \dfrac{5}{7}, \ldots, a_n =$

ii) $1, \dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{4}, \dfrac{1}{8}, \dfrac{1}{16}, \ldots, b_n =$

iii) $1, 8, 27, 64, 125, \ldots, c_n =$

iv) $\dfrac{3}{2}, \dfrac{9}{4}, \dfrac{27}{8}, \dfrac{81}{16}, \dfrac{243}{32}, \ldots, d_n =$

v) $-\dfrac{1}{2}, \dfrac{3}{4}, -\dfrac{5}{6}, \dfrac{7}{8}, -\dfrac{9}{10}, \ldots, e_n =$

vi) $1, \dfrac{1}{3^2}, \dfrac{1}{3}, \dfrac{1}{3^4}, \dfrac{1}{5}, \dfrac{1}{3^6}, \ldots, f_n=$

Ejercicio 3. Encuentra los 5 primeros términos de las sucesiones siguientes.

i) $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{5} \end{cases}$

ii) $\begin{cases} a_1 = 1 = a_2 \\ a_n = a_{n-2} - a_{n-1}, \qquad n \geq 3 \end{cases}$

Ejercicio 4. Determina cuáles de las sucesiones del ejercicio 2 son monótonas y cuáles están acotadas.

	a_n	b_n	c_n	d_n	e_n	f_n
¿Monótona?						
¿Acotada Superiormente?						
¿Acotada inferiormente?						

Ejercicio 5. Dada la sucesión $1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 3, \frac{1}{4}, 4, \frac{1}{5}, 5, \frac{1}{6}, 6, \ldots$, indica cuál de las siguientes sucesiones es una subsucesión.

Nota:

i) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \ldots$ ☐ Si ☐ No

ii) $1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots$ ☐ Si ☐ No

iii) $1, 2, 3, 1, 4, 1, 5, \ldots$ ☐ Si ☐ No

iv) $\frac{1}{2}, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \ldots$ ☐ Si ☐ No

v) $4, \frac{1}{2}, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \ldots$ ☐ Si ☐ No

Ejercicio 6. Para cada una de las siguientes sucesiones, indica el carácter y si es monótona o no, razonando la repuesta.

Nota:

i) $1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots$

☐ Converge ☐ Diverge ☐ Ni converge, ni diverge

☐ Monótona creciente ☐ Monótona decreciente ☐ No monótona

ii) $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \ldots$

☐ Converge ☐ Diverge ☐ Ni converge, ni diverge

☐ Monótona creciente ☐ Monótona decreciente ☐ No monótona

iii) $1, 2, 3, 2, 3, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 6, \ldots$

☐ Converge ☐ Diverge ☐ Ni converge, ni diverge

☐ Monótona creciente ☐ Monótona decreciente ☐ No monótona

iv) $a_n = (-1)^n \dfrac{n}{n+1}$

☐ Converge ☐ Diverge ☐ Ni converge, ni diverge

☐ Monótona creciente ☐ Monótona decreciente ☐ No monótona

v) $a_n = (-1)^n \dfrac{1}{n+1}$

☐ Converge ☐ Diverge ☐ Ni converge, ni diverge

☐ Monótona creciente ☐ Monótona decreciente ☐ No monótona

Ejercicio 7. Sea la sucesión $\left\{\dfrac{2}{n^3}\right\}_{n=1}^{\infty}$, dado $\varepsilon_1 = 1/16$ ¿existe un $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que para cualquier $n \geq n_0$ se verifica que

$$\left|\frac{1}{n^2} - 0\right| < \varepsilon = 1/16?$$

¿Y para $\varepsilon_2 = \dfrac{1}{25}$ y $\varepsilon_3 = \dfrac{1}{90}$? ¿Y, en general, para un $\varepsilon > 0$?

¿Qué conclusión se tiene sobre la convergencia de $\left\{\dfrac{1}{n^2}\right\}_{n=1}^{\infty}$?

Ejercicio 8. Calcula los siguientes límites.

Nota:

1. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{-n(\sqrt{n}+3n+1)}{n^2-1}$

2. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{3n+\sqrt{n+\sqrt{n}}}}$

3. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n^2+2}{n^2-3}\right)^n$

4. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{4^n}{5^n+6^n}$

5. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{7n^4+13}$

6. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{5n^2+1}-\sqrt{5n^2+2n}\right)$